

# PROJETO DE CONTROLADORES PID EM SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS USANDO COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA

Alisson A. de Oliveira, Carlos R. Erig Lima e Heitor S. Lopes

Departamento de Eletrônica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná

alissonantonio@yahoo.com.br, {hslopes,erig}@utfpr.edu.br

**Abstract** – The design of controllers in multi-variable systems represents a complex problem due to several controlled variables not mutually independent. Traditional techniques based on variables decoupling have limitations that encourage the use of Evolutionary Computation (EC) methods. This work compares the performance of PID controllers tuned using Genetic Algorithms (GA) and Particle Swarm (PSO) with other related works in the literature. A classical model of two inputs and two outputs is used for simulation and comparison. The simulation results using EC methods, especially the PSO-based, approach showed a better performance than other relevant works described in literature.

**Keywords** – Genetic Algorithm, PSO, PID, Multivariable System.

## 1 Introdução

A análise e projeto de controladores (compensadores) para sistemas com uma entrada e uma saída, mais comumente chamados de sistemas SISO (*Single Input, Single Output*), são largamente explorados na área de Engenharia de Controle, tanto em nível acadêmico, quanto em nível industrial. Isto se deve à simplicidade de análise e projeto desta classe de sistemas, notadamente tratando-se de sistemas lineares e invariantes no tempo. Entretanto, em diversos processos industriais a serem controlados, os mesmos são sistemas com mais de uma entrada ou/e mais de uma saída. Tais sistemas são chamados de multivariáveis, sistemas MIMO (*Multiple Input, Multiple Output*) ou ainda sistemas com interação [1]. Controle de caldeiras, máquinas de papel, torres de destilação, reatores químicos, trocadores de calor e sistemas de condicionamento de ar são exemplos típicos destes processos. Existem diversas técnicas para resolver o problema do projeto de controladores para sistemas MIMO, onde enfatiza-se o uso do processo de desacoplamento [4], [6], [8], [9], [10], [11], [12]. Entretanto, estes métodos apresentam, na maioria das vezes, duas desvantagens: (a) são complexos e com várias sub-etapas; (b) desconsideram as perturbações.

O problema mais discutido no caso de projetos de controladores para sistemas MIMO é a questão da interferência de um controlador na planta subsequente [1]. Como a interação gera uma magnitude considerável de relacionamentos, torna-se de difícil realização a criação de uma técnica eficaz para resolução do problema.

A Computação Evolucionária (CE) provê métodos bio-inspirados que são aplicáveis a problemas complexos, permitindo a minimização ou maximização de múltiplas variáveis. A Computação Evolucionária, inspirando-se no processo de evolução do seres vivos, apresenta-se como alternativa eficiente à simples busca exaustiva e tem particular aplicabilidade para problemas onde métodos exatos não são eficientes ou não podem ser aplicados. Desta forma, os indivíduos mais bem adaptados são guardados e usados para compor um novo indivíduo, o qual é adicionado a uma população de teste para futura avaliação, sempre na procura por um máximo ou mínimo global [3]. Nesse trabalho, duas técnicas de Computação Evolucionária foram aplicadas: Algoritmo genético (AG) [3] e PSO (*Particle Swarm Optimization*) [7], permitindo a sintonia de controladores Proporcional, Integral e Derivativo (PID) usados no controle de um sistema multivariável clássico.

## 2 Sistemas Multivariáveis

Sistemas multivariáveis (MIMO), pelo seu grau de complexidade, não são tão discutidos na literatura quanto os sistemas SISO. Entretanto são facilmente encontrados, geralmente relacionados a sistemas industriais reais. Um modelo relacional de duas variáveis de entrada e duas variáveis de saídas, ou seja, um sistema quadrado, é chamado de TITO (*Two-input, Two-output*). Segundo [2], uma forma de representar sistemas multivariáveis é com o uso de matrizes que relacionam entradas ( $R_1$  e  $R_2$ ), saídas ( $Y_1$  e  $Y_2$ ) e as respectivas funções de transferência ( $G_{11}$ ,  $G_{12}$ ,  $G_{21}$ ,  $G_{22}$ ). A equação 1 mostra a matriz de um sistema TITO que pode ser desenvolvido segundo a equação 2.

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} Y_1 &= R_1 \cdot G_{11} + R_2 \cdot G_{12} \\ Y_2 &= R_1 \cdot G_{21} + R_2 \cdot G_{22} \end{aligned} \quad (2)$$

Como mencionado anteriormente, devido ao grau de interação de cada controlador sobre as variáveis do sistema, o projeto de cada controlador é um desafio interessante para o campo do controle avançado.

A figura 1 mostra um exemplo de acoplamento entre os sistemas com saídas  $y_1$  e  $y_2$ . O sinal de saída de cada controlador  $C_1(s)$  e  $C_2(s)$  age diretamente em uma combinação de funções de transferência que modelam o acoplamento multivariável.

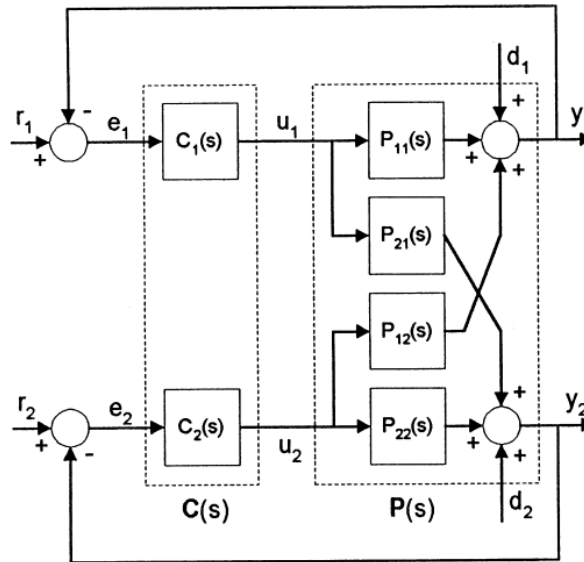


Figura 1 – Modelo MIMO reduzido a duas entradas e suas saídas (TTTO).  
 FONTE: [6], p 644.

### 3 Metodologia

Este trabalho propõe uma metodologia de projeto levando em consideração técnicas de Computação Evolucionária, diferentes tipos de controladores e perturbações e os índices de desempenho necessários para comparar os controladores. A figura 2 apresenta um diagrama em blocos que descreve a sequência necessária para escolha de controladores usando técnicas baseadas em Computação Evolucionária e tendo como ferramenta de simulação o pacote Simulink do Matlab. Esta técnica (conhecida como *blackdog*) busca controladores otimizados com previsão de flutuação de cargas de trabalho e conhecimento prévio de possíveis ruídos que podem estar interferindo em um sistema.

Para sintonia dos controladores PID usando o AG utilizou-se a função **GA Multiobjective** do pacote **Optimization** do Matlab. Para o PSO, foi utilizado o pacote (*Toolbox*) **Optimtool** do Matlab. Detalhes sobre este pacote podem ser encontrados em [13].

À medida do desempenho de um sistema é usada em sistemas adaptativos, otimização de controladores e projeto de controladores ótimos. Assim, para análise comparativa dos diferentes controladores projetados é necessário o uso de alguma métrica como elemento de comparação. Neste trabalho foram usados índices de desempenho comumente usados na teoria de controle, baseados na análise do erro entre a entrada e a saída da planta. Tais erros são analisados durante o período transitório e durante o período estacionário. Assim, optou-se por dois índices comumente encontrados na literatura que descrevem as diferentes metodologias de projeto apresentadas na seção 3.1 [1][2][5][9][10][14] e são: o IAE (*Integral of the Absolute Magnitude of the Error*) e o ISE (*Integral of the Square of the Error*).

Como estes índices representam o erro e, quanto menor for o erro melhor é a resposta, trata-se de um problema de minimização. Isto é, a busca por parâmetros dos controladores de forma a minimizar o erro. A equações 3 e a equação 4 descrevem respectivamente o cálculo do IAE e do ISE, onde  $T$  representa o tempo de simulação (observação) do comportamento do erro  $e(t)$  do sistema.

$$IAE = \int_0^T |e(t)| \cdot dt \quad (3)$$

$$ISE = \int_0^T e^2(t) \cdot dt$$

(4)

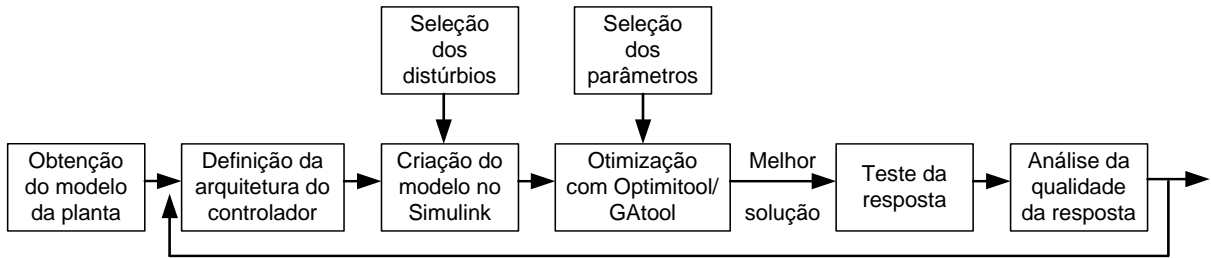


Figura 2 – Sequência de projeto para confecção de controladores usando métodos de CE e o Simulink do Matlab.

### 3.1 Modelo e parâmetros de simulação

Para comparação entre os diferentes projetos de controladores multivaráveis foi selecionado um modelo clássico extensivamente estudado e recomendado por [1]: o modelo de Wood e Berry (WB-1973). Este modelo foi largamente utilizado em trabalhos correlatos para validar as técnicas desenvolvidas pelos autores, como por exemplo [4], [6], [7], [8], [9], [10] e [11]. O modelo de Wood e Berry trata de uma torre de destilação binária onde o controle é realizado sobre a concentração de topo e sobre a concentração de fundo. Neste modelo, a alteração nos parâmetros de controle sobre a concentração de topo afeta a concentração de base e vice-versa. A equação 5 apresenta o modelo matemático (funções de transferência no domínio da frequência) da coluna de destilação e Wood e Berry [1], com duas referências de entrada  $R_1$  e  $R_2$ , e duas respostas  $S_1$  e  $S_2$ .

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12,8}{16,7s+1} \cdot e^{-s} & \frac{-18,9}{21s+1} \cdot e^{-3s} \\ \frac{6,6}{10,9s+1} \cdot e^{-7s} & \frac{-19,4}{14,4s+1} \cdot e^{-3s} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

A figura 3 apresenta a resposta em malha aberta do WB-1973 para um tempo de simulação de 350 segundos ( $\approx 5,8$  minutos), necessário para analisar o sistema até o mesmo se estabilizar. Como é possível perceber, a referência R1 faz com que as saídas S1 e S2 do sistema tendam a valores positivos enquanto a referência R2 faz com que as saídas do sistema tendam a valores negativos.

Baseado na topologia descrita na figura 1, os controladores PID (proporcional integral e derivativo) são sintonizados segundo duas técnicas de Computação Evolucionárias CE: AG e PSO. Os resultados de desempenho dos controladores projetados são comparados com outros controladores PID projetados para o modelo WB-1973.

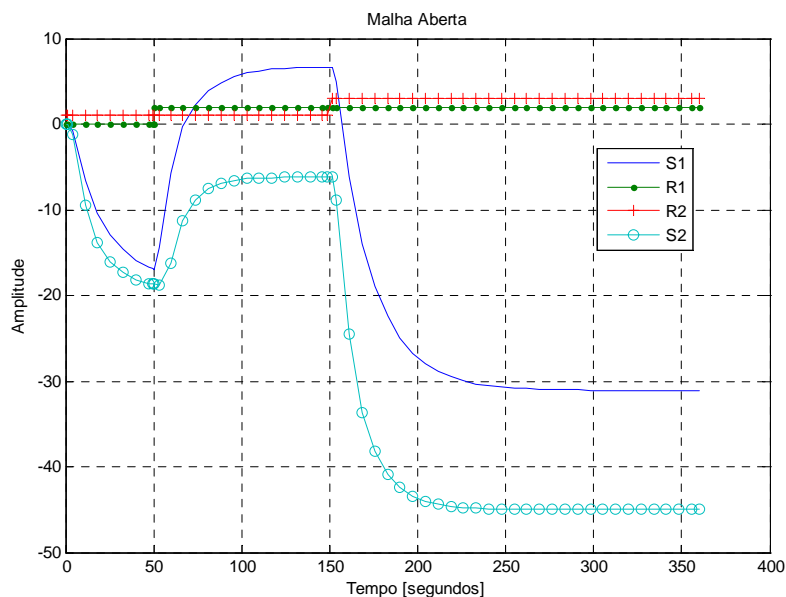


Figura 3 – Comportamento da planta de Wood e Berry (WB – 1973) em malha aberta

As condições de simulação usadas nos controladores propostos são:

- Tempo de simulação de 540 segundos (9 minutos). Usado para ver toda a magnitude do sistema em regime transitório e estacionário;
- Referências (*Setpoint*) sendo acionados em 50 e 150 segundos, R1 e R2 respectivamente. Os tempos diferentes foram selecionados para mostrar o efeito de cada referência sobre o sistema global;
- R1 com referência igual a 2 e R2 com referência igual a 1 no início e indo para 3 depois de 150 seg. Tais amplitudes foram selecionadas para prever condições mais agressivas, ou seja, casos mais difíceis levando em consideração que qualquer amplitude será menor do que esta e, por conseguinte, o controle será mais fácil;
- Perturbações com amplitudes de dez por cento (10%) sobre suas respectivas referências interagindo nos ramos primários 1 e 2 após 350 segundos.

### 3.2 Parâmetros dos métodos de computação evolucionária

Nesse trabalho, duas técnicas de Computação Evolucionárias foram aplicadas com os seguintes parâmetros:

Algoritmo Genético:

- Tamanho da população 100 com 500 gerações;
- Probabilidade de mutação: 5%;
- *Crossover*: Aritmético;
- Mutação: Heurístico;
- População: vetor de números reais;
- Método de Seleção: Torneio com número de indivíduos igual a 3% da população;

*Particle Swarm Optimization*:

- Tamanho da população: 40;
- Quantidade máxima de iterações: 500;
- Inércia: 0,9;
- C1 e C2: 1,5 e 1,5;
- Velocidade Máxima: 6;
- Atração: 0,5;
- Limites de procura: -1 e 1;

## 5 Resultados das Simulações

Os seguintes trabalhos, descritos na literatura e que utilizam o modelo WB-1973, são utilizados para comparação com os controladores resultantes da metodologia proposta neste trabalho:

- Wang BLT (WBLT): descrito em [9] como uma extensão do método de Nyquist com aplicação em sistemas multivariáveis.
- Wang Proposto (WP): descrito em [9] como método de controle por avanço e atraso de fase para uma planta com duas entradas e duas saídas desacopladas como alternativa ao WBLT.
- Zhanga BLT (ZBLT): descrito em [11] como uma extensão do método de Nyquist com aplicação em sistemas multivariáveis.
- Zhanga Proposto (ZP): descrito em [11] como método para controle PI de sistemas multi-loop onde o projeto é realizado usando lugar das raízes dominantes para um sistema de duas entradas e duas saídas. Alternativa ao ZBLT.

- Guo (GUO): descrito em [10] como método para projeto individual dos parâmetros dos controladores PID através da solução de equações obtidas em função da resposta em frequência do sistema.
- Tavakoli BLT (TBLT): descrito em [15] como uma extensão do método de Nyquist com aplicação em sistemas multivariáveis.
- Tavakoli NDT (TNDT): descrito em [15] onde propõem o projeto de um controlador PI (PID) descentralizado mediante análise dimensional como alternativa ao TBLT.

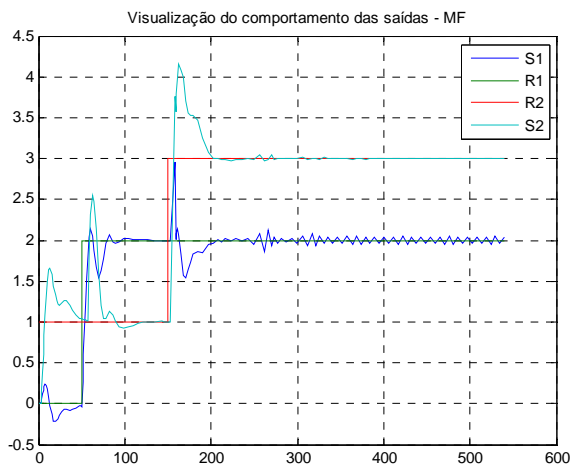
A tabela 1 apresenta os índices alcançados com cada controlador encontrado na literatura e seus respectivos índices IAE e ISE que são os valores somados das entradas  $R_1$  e  $R_2$ . Foram consideradas duas situações: o sistema sem perturbação ( $d_1$  e  $d_2$  da figura 1) e o sistema com uma perturbação constante de 10% dos sinais de entrada.

**Tabela 1** - Comparação entre controladores alcançados e índices de desempenho utilizados.

MÉTODO	Índices sem perturbação		Índices com perturbação de 10%	
	IAE	ISE	IAE	ISE
WP	62,07	62,96	86,05	96,58
WBLT	107,21	136,29	129,31	164,24
ZP	81,75	73,68	106,59	122,86
ZBLT	81,97	76,83	126,94	156,04
GUO	113,39	142,25	131,75	160,58
TNDT	80,61	80,63	97,41	97,85
TBLT	82,27	78,98	129,25	168,10
*ASTRÖM	1x106	1x106	1x108	1x108
AG proposto nesse artigo	105,162	116,77	97,35	68,87
PSO proposto nesse artigo	57,68	55,05	76,83	78,68

\*OBS: Os controladores de [1] deixaram o sistema instável.

Muito embora para determinadas situações o AG tenha apresentado resultados satisfatórios, observou-se melhores resultados com o PSO. Para fins de comparação mais detalhada, são apresentados graficamente os resultados em diversas situações para o caso utilizando PSO. Assim, as figuras 4, 5, 6 e 7 demonstram graficamente o comportamento alcançado com o controlador obtido com a técnica de PSO para as condições de caso servo (fig. 4 - 5) e carga (fig. 6 - 7) apresentados na tabela 1.



**Figura 4** – Comportamento do sistema com controlador projetado por PSO e sem perturbação.

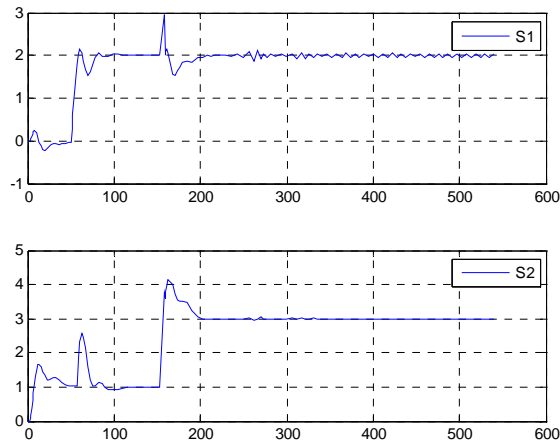


Figura 5 – Visão separada do comportamento do sistema com controlador projetado por PSO e sem perturbação.

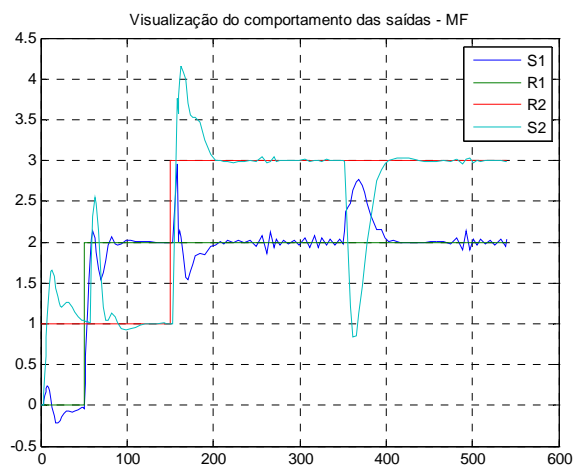


Figura 6 – Comportamento do sistema com controlador projetado por PSO e com perturbação depois de 350 segundos.

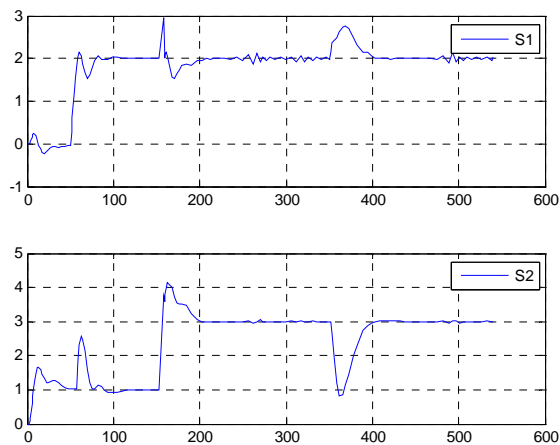


Figura 07 – Visão separada do comportamento do sistema com controlador projetado por PSO e com uma perturbação depois de 350 segundos.

## 6 Conclusões

Este trabalho comparou o desempenho de controladores PID sintonizados utilizando AG e PSO com outros trabalhos correlatos descritos na literatura. Um modelo clássico de duas entradas e duas saídas é utilizado para simulação e comparação.

A tabela 1 sintetiza os resultados dos índices de erro IAE e ISE para o sistema com os controladores projetados segundo diferentes metodologias. Observa-se que os controladores baseados em PSO apresentam um resultado

significativamente melhor do que todos os outros propostos na literatura. Procurou-se enfatizar estes resultados através das figuras 4, 5, 6 e 7. A análise detalhada do algoritmo demonstra uma melhor adaptação do mesmo às características dinâmicas do sistema multivariável utilizado. Os controladores baseados em AG não apresentaram um resultado tão bom. Em alguns casos o resultado é pior do que os controladores baseados na metodologia WP, por exemplo. Isto se deve à dificuldade em encontrar os parâmetros de operação do AG. Por outro lado, o desempenho do controlador AG melhora com a adição de uma perturbação. Isto se deve a uma das vantagens da metodologia proposta: eventuais perturbações podem ser incorporadas ao processo de busca dos controladores ótimos. Os eventuais ruídos aos quais o sistema controlado será exposto podem ser modelados durante o projeto dos controladores, permitindo que os mesmos sejam otimizados para tais distúrbios. Espera-se que uma melhor escolha de parâmetros permita uma melhora nos índices de desempenho dos controladores AG com e sem perturbações. De fato, isto é uma proposta para trabalhos futuros: sintonizar os parâmetros de execução do AG. Porém, esta é ainda uma questão em aberto em CE.

Como já observado, as figuras 4, 5, 6 e 7 enfatizam o bom desempenho observado com o controlador baseado em PSO. Com e sem perturbações observa-se a convergência aos sinais de referência em um tempo bastante reduzido (em função da dinâmica do sistema), o que pode ser comprovado pelos índices IAE e ISE da tabela 1. O PSO mostrou-se mais adaptado à busca e convergência para os máximos globais. Por outro lado, o tempo de simulação do PSO foi significativamente menor que o tempo de simulação do AG. Apesar de diversos fatores afetarem o tempo de simulação: características intrínsecas do algoritmo utilizado, seleção de parâmetros do algoritmo e complexidade do problema, entre outros, observa-se um menor custo computacional na utilização do PSO. Torna-se interessante, por exemplo, especular a resposta do PSO para problemas da mesma natureza, mas com maior complexidade, com maior número de variáveis. Espera-se, devido à natureza do PSO, que a qualidade da solução seja mantida, mesmo com o aumento do número de variáveis.

Algumas dificuldades podem ser comentadas sobre as técnicas apresentadas nesse trabalho, sendo as mais pertinentes:

- O tempo de simulação necessário com o uso do Matlab é alto e dependente (aumenta) do número e do tipo de variáveis selecionadas. Em média, as simulações com AG levaram 45 minutos e com PSO 10 minutos;
- Por ser uma técnica estocástica as soluções encontradas não são as mesmas a cada vez que a procura é realizada, ou seja, é necessário procurar pela resposta mais de uma vez e analisar o comportamento médio;
- Como já comentado, os parâmetros de execução do AG não são facilmente otimizados.

De modo geral, as técnicas de Computação Evolucionária são interessantes devido à diversidade de aplicações possíveis. Nesse trabalho, elas foram implementadas para verificar a qualidade das soluções e compará-las às melhores soluções já descritas na literatura. Esta análise qualitativa não descarta uma análise posterior que leve em conta aspectos como custo computacional e facilidade de geração de uma solução. Por outro lado aspectos de escalabilidade também podem ser considerados em trabalhos futuros: como o aumento do número de variáveis afeta a qualidade da solução? Finalmente, o estudo de outros modelos descritos na literatura pode ampliar o domínio do tema.

## 7 Referências

- [1] K.J. Aström, T. Hägglund. *Advanced PID control*. Research Triangle Park, NC: ISA, 2006.
- [2] R. Dorf, R. H. Bishop. *Sistemas de controle modernos*. 8.ed. Rio de Janeiro: LTC, 2001.
- [3] D. Goldberg. *Genetic algorithms in search optimization and machine learning*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1989.
- [4] N.T. Vu Luan, M. Lee. "Multi-loop PI controller design based on the direct synthesis for interacting multi-time delay processes". *ISA Transactions* 49(1): 79-86, 2010.
- [5] K. Ogata. *Engenharia de controle moderno*. 3. ed. - reimpressão. Rio de Janeiro: LTC, 2000.
- [6] G. Szita, C.K. Sanathanan. "A model matching approach for designing decentralized MIMO controllers". *Journal of the Franklin Institute* 337(6):641-660, 2000.
- [7] Kennedy, J., Eberhart, R. C. Particle swarm optimization. In *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, Piscataway, NJ. pp. 1942-1948, 1995.
- [8] S.G. Tzafestas. *Multivariable control: new concepts and tools*. Dordrecht: D. Reidel, 1984.
- [9] Q-G. Wang, B. Huang, X. Guo. "Auto-tuning of TITO decoupling controller from step testes". *ISA Transactions* 39(4):407-18, 2000.
- [10] Q-G. Wang, B. Zou, T-H. Lee, Q. Be. "Auto-tuning of Multivariable PID Controllers from Decentralized Relay Feedback". *Automatica* 33(3):319-330, 1997.
- [11] Y. Zhang, Q-G. Wang, K. J. Aström. "Dominant pole placement for multi-loop control systems". *Automatica* 38(7):1213-1220, 2002.

- [12] T. Liu, W. Zhang, D. Gu. "Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for Two-Input-Two-Output (TITO) processes with time delays". *Industrial Engineering and Chemistry Research* 45(9):3149-3160, 2006.
- [13] S.F. Simani, S. C. Beghelli. "Diagnosis techniques for sensor faults of industrial Processes". *IEEE Transactions on Control Systems Technolog* 8(5):848-855, 2000.
- [14] S. Chen. *Another Particle Swarm Toolbox*. Disponível em: < <http://www.mathworks.de/matlabcentral/fileexchange/25986-another-particle-swarm-toolbox> >. Acessado em: 1 jun. 2011.
- [15] S. Tavakoli, I. Griffin, P.J. Fleming. "Tuning of decentralized PI (PID) controllers for TITO processes". *Control Engeneering Practice* 14(9):1069-1080, 2006.